

# Regulárne mapy s malým počtom oblastí

Veronika Bachratá, Lenka Kovalčinová

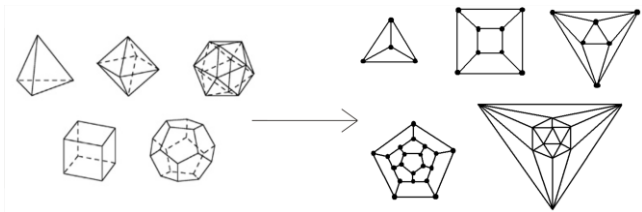
Fakulta Matematiky, Fyziky a Informatiky  
Universita Komenského, Bratislava

26. apríla 2010

# Platónske telesá a grafy

Regulárne  
mapy

Veronika  
Bachratá,  
Lenka  
Kovalčinová



**Obrázok:** Stereografická projekcia prerobí Platónske telesá na rovinné grafy

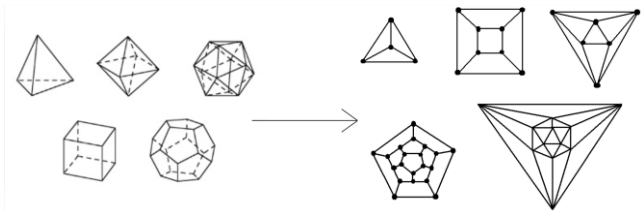
**Otázka**

Sú aj iné, takto symetrické telesá, respektíve rovinné grafy.

# Platónske telesá a grafy

Regulárne  
mapy

Veronika  
Bachratá,  
Lenka  
Kovalčinová



**Obrázok:** Stereografická projekcia prerobí Platónske telesá na rovinné grafy

## Otázka

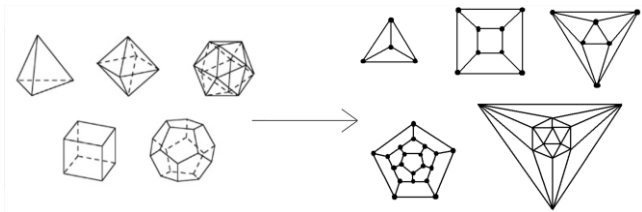
Sú aj iné, takto symetrické telesá, respektíve rovinné grafy.

- iné takéto telesá nie sú

# Platónske telesá a grafy

Regulárne  
mapy

Veronika  
Bachratá,  
Lenka  
Kovalčinová



**Obrázok:** Stereografická projekcia prerobí Platónske telesá na rovinné grafy

## Otázka

Sú aj iné, takto symetrické telesá, respektíve rovinné grafy.

- iné takéto telesá nie sú
- iné takéto symetrické grafy sú

# Orientované plochy

Regulárne  
mapy

Veronika  
Bachratá,  
Lenka  
Kovalčinová

Platónske telesá sme zo symetrických grafov dostali keď sme ich nakreslili na sféru a vyrovnali sme oblasti. Grafy sú ale kresliteľné aj na iné plochy ako je sféra. My ich kreslíme, respektíve vnárame, do orientovaných plôch. Pekne vnorené grafy sa volajú mapy.

# Orintované plochy

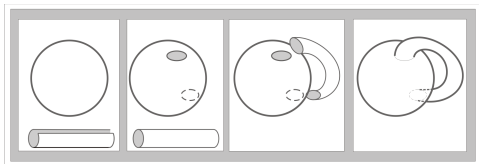
Regulárne  
mapy

Veronika  
Bachratá,  
Lenka  
Kovalčinová

Platónske telesá sme zo symetrických grafov dostali keď sme ich nakreslili na sféru a vyrovnali sme oblasti. Grafy sú ale kresliteľné aj na iné plochy ako je sféra. My ich kreslíme, respektíve vnárame, do orientovaných plôch. Pekne vnorené grafy sa volajú mapy.

## Definition

Orientovaná plocha, je plocha, ktorá vznikla z orientovanej sféry pridávaním rúčok.



Obrázok: prilepenie rúčny na sféru

# Orintované plochy

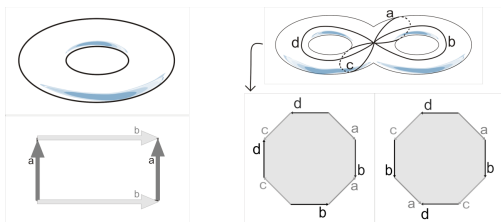
Regulárne  
mapy

Veronika  
Bachratá,  
Lenka  
Kovalčinová

Z topologického hľadiska je úplne jedno ako tieto rúčky priliepame, rozhodujúci je len ich počet.

## Definition

Orientovaná plocha  $S_g$  rodu  $g$ , je plocha, ktorá vznikla z orientovanej sféry pridaním  $g$  rúčok.



**Obrázok:** Orientované plochy rodu 1 a 2. Plochy sú rozrezateľné na  $4g$  uholník. V tomto prípade teda 4 a 8 uholník

# Automorfizmy máp

Na Platónských telesách je zaujímavé najmä to, že sú maximálne symetrické

Regulárne  
mápy

Veronika  
Bachratá,  
Lenka  
Kovalčinová



# Automorfizmy máp

Regulárne  
mápy

Veronika  
Bachratá,  
Lenka  
Kovalčinová

Na Platónských telesách je zaujímavé najmä to, že sú maximálne symetrické  
= majú toľko automorfizmov, koľko sa len dá

# Automorfizmy máp

Regulárne  
mapy

Veronika  
Bachratá,  
Lenka  
Kovalčinová

Na Platónských telesách je zaujímavé najmä to, že sú maximálne symetrické

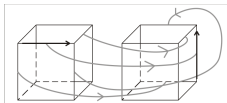
- = majú toľko automorfizmov, koľko sa len dá
- = majú  $2e$  automorfizmov, kde  $e$  je počet hrán v grafe.

# Automorfizmy máp

Regulárne  
mápy

Veronika  
Bachratá,  
Lenka  
Kovalčínová

Na Platónských telesách je zaujímavé najmä to, že sú maximálne symetrické  
= majú toľko automorfizmov, koľko sa len dá  
= majú  $2e$  automorfizmov, kde  $e$  je počet hrán v grafe.  
Viac ako  $2e$  automorfizmov nemajú, lebo tým ako sa zobrazí konkrétna hrana zo smerom  $x_0$  na inú je uľ automorfizmus jednoznačne daný.



**Obrázok:** zobrazením jednej hrany so smerom na inú je automorfizmus kocky jednoznačne daný

Mápy, ktoré majú toľkoto automorfizmov sa volajú regulárne.

# Regulárne mapy

Regulárne  
mapy

Veronika  
Bachratá,  
Lenka  
Kovalčinová

Jedným z hlavných výsledkov tejto práce, je klasifikácia jednooblastných a dvojoblastných máp podľa počtu hrán.

Automorfizmy mapy tvoria grupu.

Automorfizmy regulárnej mapy tvoria regulárnu grupu.

Preto metódy, ktorými sme hľadali regulárne mapy boli algebraické.

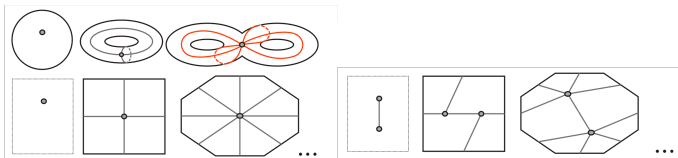
# Jednooblastné regulárne mapy

Regulárne  
mapy

Veronika  
Bachratá,  
Lenka  
Kovalčinová

Pre jednooblastné mapy sme našli jednoduchú klasifikáciu.

- Jednooblastné regulárne mapy s párnym počtom hrán tvoria jednu nekonečnú triedu. Majú jeden vrchol a ich hrany sú slučky.
- Jednooblastné regulárne mapy s nepárnym počtom hrán tvoria druhú nekonečnú triedu. Majú dva vrcholy a ich hrany tvoria násobnú hranu medzi týmito vrcholmi.



**Obrázok:** Jednooblastné regulárne mapy z párnym a z nepárnym počtom hrán.

# Dvojoblastné regulárne mapy

Regulárne  
mapy

Veronika  
Bachratá,  
Lenka  
Kovalčinová

Tu sme takto veľmi jednoduchú klasifikáciu nenašli, a asi ani neexistuje.

Netrivialnými úvahami a pomocou čínskej vety sme našli nasledovnú klasifikáciu;

- Ak  $e$  je nepárne, tak počet máp s  $e$  hranami je  $2^i$ , kde  $i$  je počet rôznych prvočíselných deliteľov  $e$ .
- Ak  $e$  je párne, ale nie je násobok 4, tak počet máp s  $e$  hranami je  $2^{i-1}$ , kde  $i$  je počet rôznych prvočíselných deliteľov  $e$ .
- Ak  $e$  je násobok 4, ale nie je násobok 8, tak počet máp s  $e$  hranami je  $2^i$ , kde  $i$  je počet rôznych prvočíselných deliteľov  $e$ .
- Ak  $e$  je násobok 8, tak počet máp s  $e$  hranami je  $2^{i+1}$ , kde  $i$  je počet rôznych prvočíselných deliteľov  $e$ .